Een logaritmische functie en haar afgeleide

8 **maximumscore 5**

- $g(x)=1\cdot\ln(x)+x\cdot\frac{1}{x}-1$ 1
- Uit $f(x)=g(x)$ volgt $x\ln(x)-x+1=\ln(x)$ 1
- Hieruit volgt $(x-1)\ln(x)=x-1$ 1
- Hieruit volgt $x-1=0$ of $\ln(x)=1$ 1
- Dus $x=1$ of $x=\mathrm{e}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

9 maximumscore 7

•	$\int_p^{2p} g(x)\,dx = f(2p) - f(p)$	1
•	$f(2p) - f(p) = 2p \cdot \ln(2p) - 2p + 1 - \left(p \cdot \ln(p) - p + 1\right)$	1
•	Uit $\int_p^{2p} g(x)\,dx = 0$ volgt $2p \cdot \ln(2p) - p \cdot \ln(p) = p$	1
•	$2\ln(2p) - \ln(p) = 1$ ($p = 0$ voldoet niet)	1
•	Het linkerlid is gelijk aan $\ln\left(\dfrac{(2p)^2}{p}\right) = \ln(4p)$, dus de vergelijking $\ln(4p) = 1$ moet worden opgelost	2
•	Hieruit volgt $p = \frac{1}{4}e$	1

of

•	$\int_p^{2p} g(x)\,dx = f(2p) - f(p)$	1
•	$f(2p) - f(p) = 2p \cdot \ln(2p) - 2p + 1 - \left(p \cdot \ln(p) - p + 1\right)$	1
•	Uit $\int_p^{2p} g(x)\,dx = 0$ volgt $2p \cdot \ln(2p) - p \cdot \ln(p) = p$	1
•	$2\ln(2p) - \ln(p) = 1$ ($p = 0$ voldoet niet)	1
•	Het linkerlid is gelijk aan $2(\ln(2) + \ln(p)) - \ln(p) = 2\ln(2) + \ln(p)$, dus de vergelijking $\ln(p) = 1 - 2\ln(2)$ moet worden opgelost	2
•	Een exacte berekening waaruit volgt $p = \frac{1}{4}e$	1

of

•	De oppervlaktes van de vlakdelen moeten gelijk zijn en het snijpunt van de grafiek met de x-as ligt bij $x = 1$, dus de vergelijking $-\int_p^{1} g(x)\,dx = \int_1^{2p} g(x)\,dx$ moet worden opgelost	1
•	Hieruit volgt de vergelijking $-\left(f(1) - f(p)\right) = f(2p) - f(1)$	1
•	Dit geeft $p \cdot \ln(p) - p + 1 = 2p \cdot \ln(2p) - 2p + 1$	1
•	$2\ln(2p) - \ln(p) = 1$ ($p = 0$ voldoet niet)	1
•	Het linkerlid is gelijk aan $\ln\left(\dfrac{(2p)^2}{p}\right) = \ln(4p)$, dus de vergelijking $\ln(4p) = 1$ moet worden opgelost	2
•	Hieruit volgt $p = \frac{1}{4}e$	1

Opmerking
Voor het vijfde antwoordelement van het eerste, tweede en derde antwoordalternatief mogen 0, 1 of 2 scorepunten worden toegekend.